

Comparação entre Séries de Volterra de Uma e Duas Entradas Aplicadas na Modelagem de Circuito Amplificador

Daniele Richartz, Ana P. S. Pelegrini e Eduardo G. Lima

Grupo de Concepção de Circuitos e Sistemas Integrados

Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil

Danirichartz@gmail.com

Resumo— A série de Volterra é um modelo muito usado para descrever sistemas não lineares com memória, onde a saída depende de uma ou mais entradas. O objetivo desse trabalho é modelar o comportamento de sistemas não lineares com memória através da série de Volterra, aplicando em circuitos elétricos os quais podem ser tratados de duas formas em relação às entradas: quando estas são fontes em série, cada fonte pode ser tratada como uma entrada ou ser estipulada com uma entrada equivalente e ser tratada como uma única entrada. A partir disso pretende-se modelar circuitos elétricos dinâmicos não lineares através da série de Volterra e investigar as vantagens e desvantagens de acordo com a quantidade de entradas. Os resultados foram analisados enfatizando a precisão medida através do erro quadrático médio (MSE), figuras out x in e a complexidade da medida através da quantidade de coeficientes. Os dados foram manipulados de forma a gerar dois modelos: o primeiro referente ao uso da série de Volterra com uma entrada e uma saída, e o segundo referente a série de Volterra com duas entradas e uma saída. Para uma melhor análise das duas modelagens foi calculado o MSE, onde o valor obtido usando a série de Volterra com uma entrada e uma saída foi $3,79 \times 10^{-05}$, enquanto o MSE obtido ao calcular a saída usando série de Volterra com duas entradas e uma saída foi de $2,93 \times 10^{-05}$.

I. INTRODUÇÃO

A modelagem matemática pode ter diversos objetivos e funcionalidades as quais variam de acordo com a necessidade. A Série de Volterra é um modelo matemático que descreve o comportamento de um conjunto de valores de saída que depende de outro determinado conjunto de valores de entrada atual e passada.

Neste trabalho foi estudado o modelo da Série de Volterra de uma entrada e uma saída e Série de Volterra de duas entradas e uma saída. O objetivo desse trabalho é modelar o comportamento de sistemas não lineares com memória através da série de Volterra, aplicando em circuitos elétricos os quais podem ser tratados de duas formas em relação às entradas: quando estas são fontes em

série, cada fonte pode ser tratada como uma entrada ou ser estipulada com uma entrada equivalente e ser tratada como uma única entrada.

II. MODELAGEM MATEMÁTICA USANDO SÉRIE DE VOLTERRA

A modelagem matemática é um conjunto de técnicas que tem como objetivo descrever fenômenos do cotidiano através de, principalmente, conhecimentos matemáticos [1]. Dentre as diversas possibilidades, os modelos são norteados de acordo com o que se tem necessidade de descrever.

Neste trabalho, foi dado enfoque a modelos matemáticos que são lineares nos coeficientes, onde a vantagem é a possibilidade de obter os coeficientes independentes da equação usada através do método dos mínimos quadrados (MMQ) [2]. O MMQ possibilita obter os coeficientes aproximados, gerando uma equação que obtém valores próximos aos originais. Pode-se classificar esse método de duas formas: regressão linear e regressão múltipla [3]. A regressão linear se caracteriza por obter os coeficientes de uma reta, já a regressão múltipla caracteriza-se pela quantidade de coeficientes que podem ser obtidos, como por exemplo, os coeficientes de um polinômio com memória [4] ou de uma série de Volterra [5].

Uma forma de poder comparar o quão eficiente é a obtenção de coeficientes é calcular o erro quadrático médio (MSE) que cada método possui. Para isso é calculado o quadrado da diferença entre o valor fornecido e o valor obtido pela equação com os coeficientes que foram obtidos, então o somatório de todos os valores é dividido pelo tamanho da amostra que foi usada. Para fins de comparação, quanto menor o MSE, mais próximo do conjunto de valores original são os valores obtidos pela equação.

Um dos modelos mais usados para descrever sistemas não lineares com memória é a Série de Volterra. Na Série de Volterra, a saída do sistema no instante atual depende da

sua entrada no instante atual e em instantes anteriores, o que caracteriza o modelo ter memória. Além disso, neste polinômio podem ser consideradas uma ou mais entradas [6]. Aplicando o modelo em circuitos elétricos, pode-se tratar de duas maneiras em relação à entrada: quando estas são fontes em série, cada fonte pode ser tratada como uma entrada ou pode ser estipulada uma fonte equivalente e considerar apenas uma entrada.

III. DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS BASEADOS EM SÉRIES DE VOLTERRA

Num primeiro momento foram feitas leituras sobre os tópicos a serem abordados e desenvolvidos no decorrer da pesquisa, sendo eles: regressão linear, regressão múltipla, série de Volterra de uma entrada e uma saída e série de Volterra de duas entradas e uma saída.

Os cálculos realizados foram feitos primeiro de forma manual, a partir de exemplos simples, para melhor compreensão das diferentes técnicas. Após, os cálculos foram automatizados em MATLAB, onde foram obtidos matriz de regressão, solução de sistemas algébricos lineares e gráficos. Os dados utilizados no trabalho referem-se a um polinômio de memória que representa a característica modulação em amplitude de saída em função de modulação em amplitude de entrada (AM-AM) de um amplificador de potência (PA) com transistor do tipo GaN, excitado por uma portadora em 900 MHz, modulada por um sinal Wide Band Code Division Multiple Access (WCDMA) de 3,84 MHz e amostrado em banda base com frequência de 61,44 MHz. Para obter-se duas entradas, a única entrada do PA foi dividida em duas, distribuindo-se de modo aleatório, amostra por amostra, qual a parcela da única entrada a ser usada em cada uma das duas entradas resultantes. Os modelos a serem confrontados (séries de Volterra de uma entrada e uma saída e série de Volterra de duas entradas e uma saída) foram implementados em MATLAB. A partir disso os resultados foram analisados enfatizando a precisão medida através do MSE e figuras que comparam os valores fornecidos com os valores obtidos e observando a complexidade medida através da quantidade de coeficientes.

Neste trabalho foi usada a série de Volterra com ordem polinomial fixada em 3 e o tamanho da memória em 1. A equação usada para série de Volterra com uma entrada e uma saída é dada por:

$$Y(n) = C_0x(n) + C_1x(n-1) + C_2[x(n)]^2 + C_3x(n)x(n-1) + C_4[x(n-1)]^2 + C_5[x(n)]^3 + C_6[x(n)]^2x(n-1) + C_7x(n)[x(n-1)]^2 + C_8[x(n-1)]^3 \quad (1)$$

onde $C_0, \dots, 8$ são os coeficientes a serem obtidos, $Y(n)$ é a saída no instante atual, $x(n)$ é a entrada no instante atual e $x(n-1)$ é a entrada no instante passado. E a equação usada para descrever a série de Volterra com duas entradas e uma saída consiste em:

$$Y(n) = C_0 x_1(n) + C_1 x_2(n) + C_2 x_1(n-1) + C_3 x_2(n-1) + C_4 [x_1(n)]^2 + C_5 x_1(n) x_2(n) + C_6 [x_2(n)]^2 + C_7 x_1(n) x_1(n-1) + C_8 x_1(n) x_2(n-1) + C_9 x_2(n) x_2(n-1) + C_{10} [x_1(n-1)]^2 + C_{11} x_1(n-1) x_2(n-1) + C_{12} [x_2(n-1)]^2 + C_{13} [x_1(n)]^3 + C_{14} [x_1(n)]^2 x_2(n) + C_{15} x_1(n) [x_2(n)]^2 + C_{16} [x_2(n)]^3 + C_{17} [x_1(n)]^2 x_1(n-1) + C_{18} [x_1(n)]^2 x_2(n-1) + C_{19} x_1(n) x_2(n) x_1(n-1) + C_{20} x_1(n) x_2(n) x_2(n-1) + C_{21} [x_2(n)]^2 x_2(n-1) + C_{22} [x_2(n)]^2 x_1(n-1) + C_{23} x_1(n) [x_1(n-1)]^2 + C_{24} x_1(n) x_1(n-1) x_2(n-1) + C_{25} x_1(n) [x_2(n-1)]^2 + C_{26} x_2(n) x_2(n-1) x_1(n-1) + C_{27} x_2(n) [x_2(n-1)]^2 + C_{28} x_2(n) [x_1(n-1)]^2 + C_{29} [x_1(n-1)]^3 + C_{30} [x_1(n-1)]^2 x_2(n-1) + C_{31} [x_2(n-1)]^2 x_1(n-1) + C_{32} [x_1(n-1)]^3 \quad (2)$$

onde, de forma análoga à primeira equação, $C_0, \dots, 23$ são os coeficientes a serem obtidos, $Y(n)$ é a saída no instante atual, $x_1(n)$ e $x_2(n)$ são duas entradas diferentes no instante atual e $x_1(n-1)$ e $x_2(n-1)$ são as mesmas entradas no instante passado.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados foram manipulados de forma a gerar dois gráficos: o primeiro referente ao uso da série de Volterra com uma entrada e uma saída, visto na Fig. 1; e o segundo referente a série de Volterra com duas entradas e uma saída, na Fig. 2.

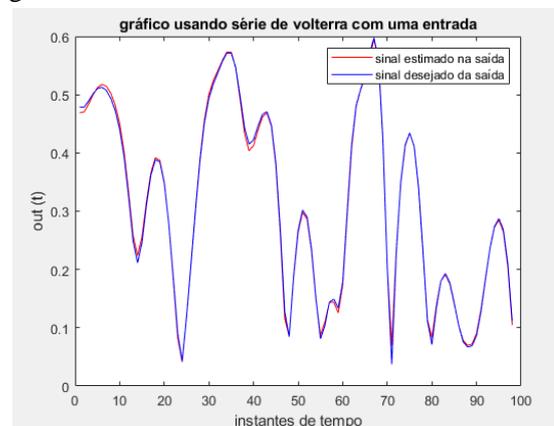


Fig. 1. Série de Volterra com uma entrada e uma saída.

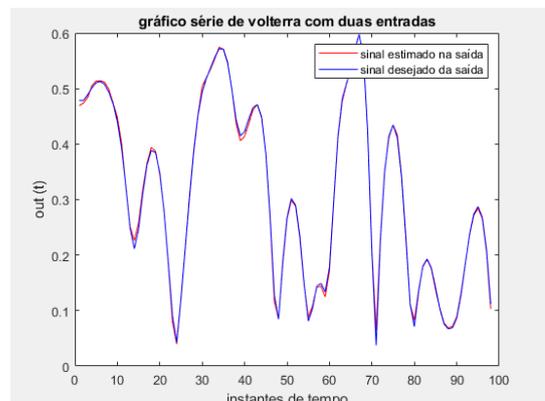


Fig. 2. Série de Volterra com duas entradas e uma saída.

Em ambas Figs. 1 e 2, duas curvas foram traçadas, uma que descreve o valor estimado da saída, sem nenhuma manipulação algébrica e outro que descreve o valor de saída a partir dos coeficientes obtidos pelo método dos

mínimos quadrados aplicado nas equações da série de Volterra.

Para uma melhor análise das duas modelagens foi calculado o MSE, onde o valor obtido usando a série de Volterra com uma entrada e uma saída foi $3,79 \times 10^{-05}$, enquanto o MSE obtido ao calcular a saída usando série de Volterra com duas entradas e uma saída foi de $2,93 \times 10^{-05}$.

A partir disso pode-se observar, tanto visualmente pelas Figs. 1 e 2, quanto pelos valores do MSE obtidos, que quando se é usada série de Volterra com duas entradas e uma saída o erro é menor e conseqüentemente é possível obter valores mais próximos ao que se é esperado.

Contudo, essa melhoria em precisão só é possível devido ao uso de uma maior quantidade de coeficientes. Em particular, a série de uma entrada usa 9 coeficientes, enquanto que a série de duas entradas emprega 33 coeficientes, o que gera uma dificuldade maior de manuseio

V. CONCLUSÃO

Os valores obtidos permitem concluir que usar a série de Volterra com duas entradas e uma saída gera valores mais próximos do esperado, sendo o método mais recomendado para uma margem de erro menor. A única ressalva entre os métodos é que em relação à complexidade de equações, a série de Volterra de uma entrada e uma saída é mais simples de manusear pela quantidade menor de coeficientes a serem obtidos.

Nesse trabalho, ambas entradas foram tratadas de modo não linear. Em trabalhos futuros pretende-se utilizar uma

série de Volterra de duas entradas tratando uma entrada de modo não linear e outra de modo linear com o objetivo de verificar quando é válido tratar uma entrada de modo linear e quantificar a redução da complexidade do modelo através deste tratamento simplificado.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro fornecido pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) no âmbito do programa PIBIC-AF UFPR 2021.

REFERÊNCIAS

- [1] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1999.
- [2] V. Mathews and G. Sicuranza, *Polynomial Signal Processing*. New York: Wiley, 2000.
- [3] DA CUNHA, Lucas Santana; CARLOS, A. *Regressão linear múltipla. Análise multivariada: para os cursos de administração, ciências contábeis e economia*. São Paulo: Atlas, 2007.
- [4] J. Kim and K. Konstantinou, "Digital predistortion of wideband signals based on power amplifier model with memory," *Electron. Lett.*, vol. 37, no. 23, pp. 1417–1418, Nov. 2001.
- [5] M. Schetzen, "Nonlinear system modeling based on the Wiener theory," *Proc. IEEE*, vol. 69, no. 12, pp. 1557–1573, Dec. 1981.
- [6] M. Faifer, C. Laurano, R. Ottoboni, M. Prioli, S. Toscani and M. Zanoni, "Definition of Simplified Frequency-Domain Volterra Models With Quasi-Sinusoidal Input," in *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 65, no. 5, pp. 1652-1663, May 2018, doi: 10.1109/TCSI.2017.2759340.