

# Modelagem de Amplificadores usando Polinômios de Memória da Entrada Original e da Diferença entre Entradas em Instantes Consecutivos

Maria Eduarda Negrelli de Araujo, Sibilla Batista da Luz  
França, Eduardo Gonçalves de Lima

<sup>1</sup> UFPR, Curitiba, Brasil

<sup>2</sup> Grupo GICS, Curitiba, Brasil

E-mail: maria.negrelli@ufpr.br

**Resumo** — Polinômios com memória são algoritmos que, a partir de dados numéricos de entrada, estimam um resultado em função da entrada atual e de entradas passadas. Nesse trabalho, polinômios com memória são aplicados no processamento ótimo de dados de entrada e saída de circuitos eletrônicos analógicos. Com isso, deseja-se obter resultados gráficos que descrevam seus comportamentos. Nesse âmbito, o objetivo deste trabalho consiste em realizar um estudo comparando-se polinômios com memória tradicionais a versões alternativas baseando-se na análise das diferenças entre valores em instantes diferentes, a fim de selecionar o melhor modelo matemático. Inicialmente, o modelo escolhido e sua variante foram implementados em MATLAB utilizando-se de dados previamente disponibilizados de um amplificador de potência (PA). O PA do qual as amostras foram coletadas é o de classe AB que emprega um transistor HEMT ('High Electron Mobility Transistor' ou 'Transistor de Alta Mobilidade Eletrônica', em português), recebendo um sinal de frequência de 900 MHz. Primeiramente, foram testados dois polinômios com memória, um original e outro modificado, os quais foram analisados e validados por meio do modelo erro quadrático médio normalizado NMSE ('Normalised Mean Square Error', ou 'Erro Quadrático Médio Normalizado'). Utilizou-se, até então, códigos em vírgula flutuante para a plotagem de gráficos, os quais servem, também, para uma melhor visualização dos resultados obtidos. Assim, comprovou-se que o modelo com memória original, conhecido como Memory Polynomial, testado no Matlab é o mais apropriado, pois descreve as curvas comportamentais do PA com menor erro, ou seja, apresentou NMSE sempre menor comparativamente do que sua versão modificada, sendo o NMSE igual à -25,07 o melhor dentre os casos testados .

## I. INTRODUÇÃO

Em um primeiro momento, o principal ponto de estudo deste trabalho é o desenvolvimento de polinômios com memória que descrevam o comportamento de amplificadores de potência (PA). Com isso em mente, desejamos elaborar modelos matemáticos de alta precisão com a capacidade de prever, com fidelidade, o desempenho realizado por esses amplificadores que, por sua vez, possuem a finalidade de aumentar a amplitude (ou potência) de um sinal elétrico, fornecendo ganho necessário para diversos dispositivos eletrônicos [1]. Para tanto, essa busca pelo melhor polinômio com memória é realizada através da análise gráfica e tabelar da ferramenta MATLAB.

Nesse sentido, o objetivo é, através de amostras numéricas complexas retiradas do amplificador, encontrar um polinômio com memória que descreva com a melhor precisão os sinais de saída a partir dos sinais de entrada medidos, utilizando como métrica avaliativa o NMSE. Para que, posteriormente esses polinômios com memórias possam ser usados como ferramentas confiáveis no desenvolvimento de circuito eletrônicos. Assim, buscou-se provar a importância desses polinômios como instrumentos de simulação e base de análise e estudo de otimização de circuitos eletrônicos no meio de produção acadêmica e tecnológica.

## II. REVISÃO DE LITERATURA

Amplificadores de potência são, em sua essência, como circuitos eletrônicos que recebem sinais elétricos que apresentam baixa potência e aumentam a intensidade dos mesmos sinais por meio da conversão da potência de uma fonte de alimentação em corrente contínua [1]. No entanto, é crucial mencionar que à medida que a potência de entrada aumenta, o amplificador de potência (PA) pode apresentar distorções tanto na amplitude quanto na fase do sinal transmitido, o que acarretará, possivelmente, em erros significativos para a transmissão de sinais elétricos. Assim,

surgiu a necessidade de mitigar essa diferença usando ferramentas como a modelagem matemática. Esta, por sua vez, desempenha um papel de fundamental importância quando se busca alcançar, com o mais elevado nível de precisão possível, a saída dos dados que foram amplificados pelo amplificador de potência.

Os modelos matemáticos, por sua vez, são como fórmulas que representam fenômenos ou sistemas através de equações, algoritmos e relações matemáticas. Portanto, podemos utilizá-los para representar e modelar o comportamento de amplificadores de potência partindo de dois modelos: modelo físico e o modelo empírico. Para o caso deste trabalho apenas o modelo empírico foi utilizado, o qual consiste na análise de dados fornecidos pelo amplificador levando em conta as relações entre entrada e saída. Deste modo, foi levantada a hipótese de se testar polinômios com memória [2] que, a partir de dados já fornecidos, sejam capazes de prever com erro mínimo o sinal de saída do PA.

### III. POLINÔMIOS COM MEMÓRIA

Polinômios com memória são equações matemáticas que utilizam os valores obtidos anteriormente para determinar os valores posteriores [2]. Na maioria dos casos, os sinais amplificados pelo PA são sinais elétricos reais que podem ser modelados através de uma representação complexa que é um conjunto numérico que apresenta uma parte real e uma parte imaginária. Portanto, os polinômios desenvolvidos devem ser capazes de descrever tanto a amplitude do sinal, em módulo, quanto a sua fase. Desta maneira, como polinômio original testado, foi escolhido o *Memory Polynomial* (MP) [2], definido por:

$$Y(n) = \sum_{p=1}^P \sum_{m=0}^M H_{2p-1,m} |x(n-m)|^{2p-2} x(n-m) \quad (1)$$

Onde P e M são a ordem e a memória do polinômio, respectivamente.

Levantou-se a hipótese de que alterando-se o polinômio MP seria possível obter um resultado de saída mais parecido com o comportamento de um PA real. Portanto, manipulou-se o modelo de forma que, quando o valor de 'm' for igual a zero o coeficiente  $H_{2p-1,m}$  agora multiplica o módulo do valor do sinal de entrada elevado à '2p-2' e o próprio valor do sinal. E, para quando 'm' diferente de zero, o coeficiente do polinômio multiplicará o módulo do sinal subtraído de seu índice anterior elevado à '2p-2' e seu próprio valor de saída subtraído, também, de seu índice anterior, conforme descrito pela equação:

$$\sum_{p=1}^P \sum_{m=1}^M H_{2p-1,m} |x(n-m+1) - x(n-m)|^{2p-2} [x(n-m+1) - x(n-m)] \quad (2)$$

### IV. RESULTADOS

Para fazer a análise dos polinômios foram coletados amostras de um PA de classe AB que emprega um transistor HEMT ('High Electron Mobility Transistor' ou 'Transistor de Alta Mobilidade Eletrônica', em português), recebendo um sinal de frequência de 900 MHz.

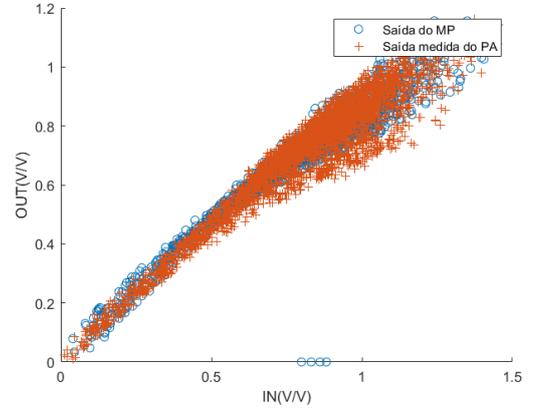


Fig. 1. Gráfico AM-AM das saídas do MP comparadas às saídas do PA para P=2 M=4

Usando-se do MATLAB como ambiente de desenvolvimento, foi implementado em forma de código as operações matemáticas do polinômio MP descrito por (1) e de sua versão modificada dada por (2), a fim de determinar qual dos dois teria um resultado mais próximo do comportamento real do PA. Obteve-se assim matrizes de coeficientes para diferentes valores de ordem e memória dos polinômios.

A partir das matrizes de coeficientes obtidas, foi possível plotar gráficos com os dados de entrada originais do PA e compará-los visualmente com os dados fornecidos, como no exemplo apresentado na Figura 1, o qual representa as amplitudes dos sinais de saída do PA comparadas com as amplitudes de saída do polinômio com memória MP. Onde 'AM-AM' representa a amplitude de saída em função da amplitude de entrada.

Além disso, também foi possível traçar o gráfico das fases obtidos a partir do modelo MP, conforme Figura 2, onde AM é a amplitude e PM representa a fase.

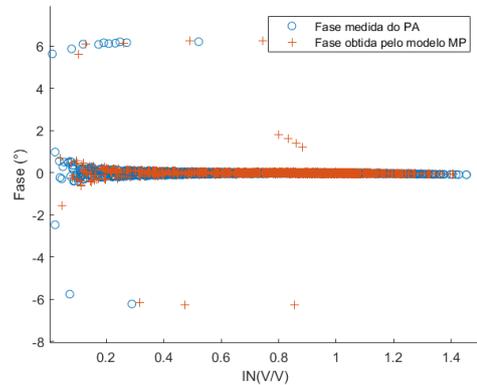


Fig. 2. Gráfico AM-PM das saídas do MP comparadas às saídas do PA para P=2 M=4

E, como métrica de avaliação dos dados complexos obtidos, foi utilizado o NMSE (*Normalised Mean Square Error*), ou 'Erro Quadrático Médio Normalizado', em português). O NMSE pode ser descrito conforme:

$$NMSE = 10 \log_{10} \left[ \frac{\sum_{n=1}^N |e(n)|^2}{\sum_{n=1}^N |y_{ref}(n)|^2} \right] \quad (3)$$

Onde  $e(n)$  representa o erro entre os sinais em determinado instante e  $y_{ref}(n)$  é o sinal de referência de envoltória complexa.

Outro ponto importante a se atentar é que quando menor for o NMSE melhor será o resultado obtido, pois ele está na escala logarítmica.

Assim, foi possível montar a tabela 1, que apresenta valores de NMSE do modelo original e do modelo modificado para 8 combinações diferentes de ordem e memória dos polinômios escolhidas para comparação.

TABELA 1. TABELA COMPARATIVA DE MNSE DO MODELO MP E SUA VERSÃO ALTERNATIVA

Valores de memória e de ordem polinomial		NMSE com o Modelo Original	NMSE com o Modelo Modificado
P=1	M=1	-21,20197	-21,20197
P=1	M=2	-21,27270	-21,27270
P=2	M=1	-24,50553	-22,75446
P=2	M=2	-24,71608	-22,79954
P=3	M=1	-24,57159	-22,82781
P=3	M=2	-24,98665	-22,90770
P=4	M=1	-24,62396	-22,86322
P=4	M=2	-25,07020	-22,93296

Analisando a tabela, é possível perceber que o melhor valor de NMSE é o do polinômio com memória de ordem 4 e memória 2, pois apresenta um valor menor do que os outros. Logo percebe-se que o modelo que melhor descreve o comportamento do PA é o original.

Também é possível notar que, para P=1 os valores de NMSE tanto do modelo MP quanto para sua versão modificada, são iguais. Isso ocorre, pois nesse caso os modelos são equivalentes entre si.

Os resultados também podem ser visualizados de forma gráfica através do gráfico apresentado na Figura 3. Nele

podemos comparar os 8 resultados de NMSE dos dois polinômios com memória testados.

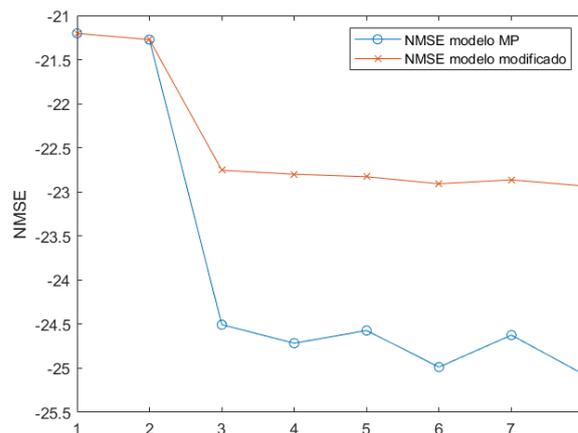


Fig. 3. Gráfico da comparação entre os NMSE das combinações de ordem e memória testadas.

## V. CONCLUSÃO

Neste trabalho foram desenvolvidos algoritmos para testar e encontrar o melhor modelo de polinômio com memória que possa descrever o comportamento de amplificadores de potências (PA). Através de modificações de modelos matemáticos já existentes, foi possível verificar que o melhor modelo testado é o original, modelo *Memory Polynomial*, ou seja, apresenta um NMSE menor do que a sua versão alternativa. Portanto, pode-se concluir que é possível se obter polinômios com memória capazes de otimizar o comportamento de circuitos eletrônicos que apresentam PA.

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito do Programa PIBIC-IC Voluntária UFPR 2023.

## REFERÊNCIAS

- [1] P. B. Kenington, High Linearity RF Amplifier Design. Norwood, MA: Artech House, 2000.
- [2] BONFIM, E. J. ; LIMA, E. G. . A MODIFIED TWO DIMENSIONAL VOLTERRABASED SERIES FOR THE LOW-PASS EQUIVALENT BEHAVIORAL MODELING OF RF POWER AMPLIFIERS. Progress In Electromagnetics Research M, v. 47, p. 27-35, 2016.